

Thema 1: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E I) 15 Unt.std.

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und ihren Umkehrfunktionen (exempl.) sowie von Sinusfunktionen
- beschreiben Wachstumsprozesse (linear und exponentiell)
- wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Potenz-, Sinus- und Exponentialfunktionen an und deuten die zugehörigen Parameter

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen ihre Vermutungen und Ergebnisse in verbaler und nichtverbaler Darstellung vor und
- diskutieren und bewerten anschließend diese Ansätze

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Tabellenkalkulation, Funktionsplotter und den eingeführten grafikfähigen Taschenrechner
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen und Variieren der Funktionsparameter

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Algebraische Rechentechniken werden anknüpfend an die SEK I-Kompetenzen spiralig vermittelt und geübt. Dem in der EPH oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf einzelner Schüler wird durch gezielte Angebote Rechnung getragen (Aufgabensammlungen, Vertiefungsangebote). *Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler z.B. durch Kurzvorträge zu nutzen.*

Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren und weiterführenden Bedienkompetenzen des GTR gerichtet werden (DYNA-Anwendung beim Casio CG20)

Wachstumsprozesse lassen sich über Ansparmodelle (linear und exponentiell) motivieren.

Für den Übergang zu Exponentialfunktionen können Beispiele aus der Biologie und Abkühlungsvorgänge herangezogen werden.

Transformationen können neben der klassischen Methode (Parabeln im KOSY) auch über Themen wie „Astronomische Sonnenscheindauer“ oder „Wasserstände“ über die Sinusfunktion erarbeitet werden.

Der GTR kann wiederum über Dynamisierung von Graphen einen Zugang zu den Potenzfunktionen eröffnen.

Thema 2: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E III) 12 Unterrichtsst.

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- leiten Funktionen graphisch ab
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte, Wendepunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden)
- erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
- nutzen mathematische Regeln und Sätze (Begründen)
- überprüfen, ob Verallgemeinerungen möglich sind (Beurteilen)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Variieren von Funktionsparametern

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Nach dem ersten Umgang mit dem Begriff Änderungsrate in Thema EII wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Aussagen in der Differentialrechnung möglich sind. Für den Grenzübergang bei der quadratischen Funktion wird in der heutigen Methodik die Darstellung mit h bevorzugt. Je nach Kurszusammenstellung kann auch die andere Methode verwendet werden (eher für LK-Schüler).

Für die Erarbeitung der Ableitungsformel einer beliebigen quadratischen Funktion können verschiedene Formen der Gruppenarbeit herangezogen werden.

Querverbindungen zu den Transformationen sind hier erwünscht.

Der GTR kann helfen, die Ableitungsregel für die Potenzfunktion zu vermuten. Die Beweisidee kann aus dem quadratischen Fall übertragen werden.

Quadratische Funktionen führen in Sachzusammenhängen oft zur Physik. Hier sollte man einiges bereit stellen wie die Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurfbewegungen.

Die Motivation zur Beschäftigung mit Polynomfunktionen kann durch eine Optimierungsaufgabe geweckt werden (Schachtel aus DIN-A4-Blatt). Außerdem bietet sich eine Unterscheidung von lokalen und globalen Eigenschaften an.

Ganzrationale Funktionen werden Gegenstand einer zunehmend systematischen Erkundung mit dem GTR wie z.B. Fragen zur Symmetrie, Globalverhalten, Linearfaktoren, Vielfachheit von Nullstellen und Zusammenhängen zwischen charakteristischen Punkten, woran in Thema E IV anzuknüpfen ist.

Thema 3: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2) 12 Unterrichtsstunden

Zu entwickelnde Kompetenzen

inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler

- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren diese im Sachkontext
- erläutern qualitativ auf Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der lokalen zur globalen Änderungsrate
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- leiten Funktionen graphisch ab
- skizzieren zu gegebenem Funktion- bzw. Ableitungsfunktionsgraphen den jeweils anderen Graphen
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Ableitungsfunktionen

prozessbezogene Kompetenzen

Argumentieren (Vermuten)

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf
- unterstützen die Vermutungen beispielgebunden
- präzisieren Vermutungen beispielgebunden

Argumentieren (Vermuten)

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle sowie zum grafischen Messen von Steigungen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Für den Einstieg wird werden durch ihren Alltagsbezug aktivierend wirkende Beispiele aus unterschiedlichen Sachzusammenhängen empfohlen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z.B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Temperaturmessung, Höhenprofil, Aktienkurse, Wirk- und Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung).

Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird bei der Behandlung dieses Themas im Sinne eines spiraligen Curriculums zunächst qualitativ und heuristisch verwendet. Eine Präzisierung im Sinne eines Grenzwertes erfolgt dann in der nachfolgenden Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen.

Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bietet sich die Thematisierung des Unterschiedes zwischen momentan- und Durchschnittsgeschwindigkeit an.

Neben zeitabhängigen Änderungsraten soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden.

Tabellenkalkulationsprogramme und Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt.

Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.

Thema 4: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4), 15 Stunden

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- leiten Funktionen graphisch ab
- nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an
- lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel
- verwenden das notwendige Kriterium und als hinreichende Kriterien das Vorzeichenwechselkriterium sowie das Kriterium mittels der zweiten Ableitung zur Bestimmung von Extrempunkten
- unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich
- verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (*Begründen*)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.

Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.

Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben.

Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium oder das hinreichende Kriterium mittels der 2. Ableitung angewendet werden, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.

Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangenten- und Normalengleichungen bestimmt werden.

Thema 5: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E IV) 8 Unterrichtsst.

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbegogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- Simulieren Zufallsexperimente werden im Sachzusammenhang.
- Modellieren Galtonbrett, Lotto, Lose ziehen und Urnenmodell mathematisch.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- Deuten Ergebnisse von Zufallsexperimenten im Sachzusammenhängen des täglichen Lebens
- Erarbeiten Unterschiede zwischen bedingten und unbedingten Wahrscheinlichkeiten.
- Beschreiben mathematische Prozesse mit Hilfe erlernter Modelle

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
- nutzen mathematische Regeln und Sätze (Begründen)
- überprüfen, ob Verallgemeinerungen möglich sind (Beurteilen)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen, Simulieren von Zufallsereignissen und Variieren von Parametern

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Sowohl mit einer auf den Unterricht als auch mit einer auf Umfragen und Referaten beruhenden fokussierten Arbeitsweise können die Inhalte erlernt werden.

Für die Erarbeitung verschiedener Modelle können arbeitsteilig Experimente simuliert. Eine Binnendifferenzierung ist hierbei gut möglich.

Der GTR kann helfen, Simulationsergebnisse zu erfassen und zu verarbeiten.

**Thema 6: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (EV) ,
7 Unterrichtsst.**

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbegogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- Ermitteln signifikante Unterscheidungsmerkmale und Testkriterien.
- Bearbeiten statistische Problemstellungen im Kontext.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- Setzen Vierfeldertafeln ein, um Modelle mit bedingter Wahrscheinlichkeit zu veranschaulichen, zu bearbeiten und auszuwerten.
- Erarbeiten weiter Unterschiede zwischen bedingten und unbedingten Wahrscheinlichkeiten.
- Erstellen Grafiken zur Vereinfachung der schulinternen und – externen Kommunikation

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
- nutzen mathematische Regeln und Sätze (Begründen)
- überprüfen, ob Verallgemeinerungen möglich sind (Beurteilen)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen, Simulieren von Zufallsereignissen und Variieren von Parametern

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Realitätsnah können Zeitungsartikel, Wikis, Internetblogs und weitere Nachrichten mit den im Unterricht zur Verfügung gestellten Werkzeugen analysiert werden. Analyseergebnisse dienen als Basis für die Themenbezogene Kommunikation

Für die Erarbeitung verschiedener Modelle und Analysemethoden können aus dem Interessenbereichen der Schüler Themen extrahiert werden und in interessenhomogenen Gruppen bearbeitet werden.

Der GTR kann helfen, Simulationsergebnisse zu erfassen und zu verarbeiten. Die Vernetzung mit den schuleigenen Laptops bietet die Möglichkeit, für den GTR erlernte Kompetenzen auf andere Geräte zu übertragen.

Thema: Wiederholung: Funktionen und Ableitungen

Zur Vorbereitung der zentralen Klausur sollen die Themen 1 bis 4 wiederholt und vertieft werden.
8 Unterrichtsstunden

Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema 7: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1), 6 Unterrichtsstunden*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

Kommunizieren (Produzieren)

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ausgangspunkt ist die Darstellung eines Körpers im dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem.

Empfohlen wird hierbei die „Kirche“ aus der Fortbildung des Kompetenzteams Mathematik Krefeld.
Im Zentrum stehen hierbei die sinnvolle Wahl des Koordinatenursprungs, das Ablesen von Punkten und der Vergleich von parallelen Kanten.

An weiteren geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, zwischen Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.

- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen

Thema 8: Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2), 6 Unterrichtsstunden

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Auch hier kann das Beispiel der Kirche zur Einführung von Vektoren als Verschiebung von Punkten im Raum dienen.

Die Identität von Vektoren wird thematisiert und deutlich vom Begriff des Ortsvektors abgegrenzt.

Auch die Berechnung der Länge von Vektoren kann noch am Beispiel der Kirche eingeführt werden, da die Länge der Seitenkanten zum Berechnen der Dachfläche benötigt wird.

Zudem wird der Nachweis der Rechtwinkligkeit eines Dreiecks mit Hilfe des Satzes von Pythagoras im dreidimensionalen eingeübt.

Neben diesen Kontext kann auch der Kontexten der Spidercam verwendet werden, und zwar um Kräfte und ihre Addition in Anlehnung an die Kenntnisse aus dem Physikunterricht der SI als Beispiel für vektorielle Größen zu nutzen.

Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.