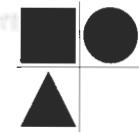


Bundeswettbewerb Mathematik 2005

Der Wettbewerb ist eine Initiative des Stifterverbandes für die Deutsche Wissenschaft. Er wird gefördert vom Bundesministerium für Bildung und Forschung und dem Stifterverband unter Beteiligung der Länder. Träger ist der Verein Bildung und Begabung e.V.



Die Aufgaben der ersten Runde 2005

Aufgabe 1

Im Zentrum eines 2005×2005 -Schachbretts liegt ein Spielwürfel, der in einer Folge von Zügen über das Brett bewegt werden soll.

Ein Zug besteht dabei aus folgenden drei Schritten:

- Man dreht den Würfel mit einer beliebigen Seite nach oben,
- schiebt dann den Würfel um die angezeigte Augenzahl nach rechts oder um die angezeigte Augenzahl nach links und
- schiebt anschließend den Würfel um die verdeckt liegende Augenzahl nach oben oder um die verdeckt liegende Augenzahl nach unten.

Das erreichte Feld ist das Ausgangsfeld für den nächsten Zug.

Welche Felder lassen sich durch eine endliche Folge derartiger Züge erreichen?

Die Richtigkeit der Antwort ist zu beweisen.

Aufgabe 2

Die ganze Zahl a habe die Eigenschaft, dass $3a$ in der Form $x^2 + 2y^2$ mit ganzen Zahlen x, y darstellbar ist.

Man beweise, dass dann auch a in dieser Form darstellbar ist.

Aufgabe 3

Den Seiten a, b, c eines Dreiecks liegen die Winkel α, β, γ gegenüber.
Es sei ferner $3\alpha + 2\beta = 180^\circ$.

Man beweise, dass dann $a^2 + bc = c^2$ ist.

Aufgabe 4

Für welche positiven ganzen Zahlen n kann man die n Zahlen $1, 2, 3, \dots, n$ so in einer Reihe anordnen, dass für je zwei beliebige Zahlen der Reihe ihr arithmetisches Mittel nicht irgendwo zwischen ihnen steht?

Die Richtigkeit der Antwort ist zu beweisen.

Teilnahmecoupon 2005

Bitte beide Coupons in Druckschrift vollständig und ohne Abkürzungen ausfüllen; den Teilnahmecoupon oben links auf die Rückseite des Umschlags (Verschluss rechts) aufkleben, den EDV-Coupon in den Umschlag legen. Mit der Teilnahme wird einer Speicherung der Daten zugestimmt.

ABSENDER:

Name	Vorname	geb. am		
Stadt / Nr.	PLZ / Ort			
Tele.	Bundesland			
Derzeitige Klassen- oder Jahrgangsstufe	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Männl. *	<input type="checkbox"/> Weibl. *	* Unterrichtsstunden eingetragen!
Die eingereichte Arbeit umfasst	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Gruppenarbeit*		
Bearbeitete Aufgaben	<input type="checkbox"/> Aufgabe 1 * <input type="checkbox"/> Aufgabe 2 * <input type="checkbox"/> Aufgabe 3 * <input type="checkbox"/> Aufgabe 4 *			

Seiten

Aufgabe 1 * Aufgabe 2 * Aufgabe 3 * Aufgabe 4 *

Aufgabe 3 * Aufgabe 4 *

Datum	Unterschrift	
Stadt / Nr.	PLZ / Ort	Bundesland

Anschrift der Schule:

Name	Vorname	geb. am
Stadt / Nr.	PLZ / Ort	
Tele.	Bundesland	

ABSENDER:

EDV-Coupon 2005

Name	Vorname	geb. am		
Stadt / Nr.	PLZ / Ort			
Tele.	Bundesland			
Derzeitige Klassen- oder Jahrgangsstufe	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Männl. *	<input type="checkbox"/> Weibl. *	* Unterrichtsstunden eingetragen!
Die eingereichte Arbeit umfasst	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Gruppenarbeit*		
Bearbeitete Aufgaben	<input type="checkbox"/> Aufgabe 1 * <input type="checkbox"/> Aufgabe 2 * <input type="checkbox"/> Aufgabe 3 * <input type="checkbox"/> Aufgabe 4 *			

Anschrift der Schule:

Name	Vorname	geb. am
Stadt / Nr.	PLZ / Ort	
Tele.	Bundesland	

Bitte Teilnahmebedingungen und wichtige Hinweise auf der Rückseite beachten!