

Mathematik

(Stand: Juni 2021)

schulinternes Curriculum EF

Thema 1: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E I) 15 Unterrichtsstunden	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und ihren Umkehrfunktionen (exempl.) sowie von Sinusfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse (linear und exponentiell) • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Potenz-, Sinus- und Exponentialfunktionen an und deuten die zugehörigen Parameter <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen ihre Vermutungen und Ergebnisse in verbaler und nichtverbaler Darstellung vor und • diskutieren und bewerten anschließend diese Ansätze <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Tabellenkalkulation, Funktionsplotter und den eingeführten grafikfähigen Taschenrechner • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen und Variieren der Funktionsparameter 	<p>Algebraische Rechentechniken werden anknüpfend an die SEK I-Kompetenzen spiraling vermittelt und geübt. Dem in der EPH oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf einzelner Schüler wird durch gezielte Angebote Rechnung getragen (Aufgabensammlungen, Vertiefungsangebote). <i>Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler z.B. durch Kurzvorträge zu nutzen.</i></p> <p>Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren und weiterführenden Bedienkompetenzen des GTR gerichtet werden (DYNA-Anwendung beim Casio CG20)</p> <p>Wachstumsprozesse lassen sich über Ansparmodelle (linear und exponentiell) motivieren.</p> <p>Für den Übergang zu Exponentialfunktionen können Beispiele aus der Biologie und Abkühlungsvorgänge herangezogen werden.</p> <p>Transformationen können neben der klassischen Methode (Parabeln im KOSY) auch über Themen wie „Astronomische Sonnenscheindauer“ oder „Wasserstände“ über die Sinusfunktion erarbeitet werden.</p> <p>Der GTR kann wiederum über Dynamisierung von Graphen einen Zugang zu den Potenzfunktionen eröffnen.</p>

Thema 2: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E III) 12 Unterrichtsstunden	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte, Wendepunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden) • erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten) • nutzen mathematische Regeln und Sätze (Begründen) • überprüfen, ob Verallgemeinerungen möglich sind (Beurteilen) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Variieren von Funktionsparameter 	<p>Nach dem ersten Umgang mit dem Begriff Änderungsrate in Thema EII wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Aussagen in der Differentialrechnung möglich sind. Für den Grenzübergang bei der quadratischen Funktion wird in der heutigen Methodik die Darstellung mit h bevorzugt. Je nach Kurszusammenstellung kann auch die andere Methode verwendet werden (eher für LK-Schüler). <i>Für die Erarbeitung der Ableitungsformel einer beliebigen quadratischen Funktion können verschiedene Formen der Gruppenarbeit herangezogen werden. Querverbindungen zu den Transformationen sind hier erwünscht.</i></p> <p>Der GTR kann helfen, die Ableitungsregel für die Potenzfunktion zu vermuten. Die Beweisidee kann aus dem quadratischen Fall übertragen werden.</p> <p>Quadratische Funktionen führen in Sachzusammenhängen oft zur Physik. Hier sollte man einiges bereit stellen wie die Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurfbewegungen.</p> <p><i>Die Motivation zur Beschäftigung mit Polynomfunktionen kann durch eine Optimierungsaufgabe geweckt werden (Schachtel aus DIN-A4-Blatt). Außerdem bietet sich eine Unterscheidung von lokalen und globalen Eigenschaften an.</i></p> <p>Ganzrationale Funktionen werden Gegenstand einer zunehmend systematischen Erkundung mit dem GTR wie z.B. Fragen zur Symmetrie, Globalverhalten, Linearfaktoren, Vielfachheit von Nullstellen und Zusammenhängen zwischen charakteristischen Punkten, woran in Thema E IV anzuknüpfen ist.</p>

Thema 3: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2); 12 Unterrichtsstunden	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren diese im Sachkontext • erläutern qualitativ auf Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der lokalen zur globalen Änderungsrate • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate / Tangenten-steigung • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion.) • leiten Funktionen graphisch ab • skizzieren zu gegebenem Funktions- bzw. Ableitungsgraphen den jeweils anderen Graphen • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Ableitungsfunktion <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf • unterstützen die Vermutungen bei-spielgebunden • präzisieren Vermutungen beispiel-gebunden <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen graphisch und als Wertetabelle sowie zum graphischen Messen von Steigungen 	<p>Für den Einstieg werden durch ihren Alltagsbezug aktivierend wirkende Beispiele aus unterschiedlichen europäischen Sachzusammenhängen empfohlen, z.B. Bevölkerungsentwicklung und Exportentwicklung, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen. (weitere Beispiele: Bewegungen, Zu- und Abflüsse europäischer Stauseen, Temperaturmessung, Höhenprofile europäischer Staaten, Aktienkurse, Wirk- und Schadstoffkonzentration, Wachstums, Kosten- und Ertragsentwicklung). Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird bei der Behandlung dieses Themas im Sinne eines spiraligen Curriculums zunächst qualitativ und heuristisch verwendet. Eine Präzisierung im Sinne eines Grenzwertes erfolgt dann in der nachfolgenden Differenzialrechnung ganzrationaler Funktionen.</p> <p>Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bietet sich die Thematisierung des Unterschiedes zwischen Momentan- und Durchschnittsgeschwindigkeit an. Neben zeitabhängigen Änderungsraten soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden. Tabellenkalkulationsprogramme und Dynamische Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzwertprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangente (Zoomen) eingesetzt.</p> <p>Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. Global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle wie eine konstante Funktion zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.</p>

Thema 4: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4), 15 Unterrichtsstunden	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • leiten Funktionen graphisch ab • nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel • verwenden das notwendige Kriterium und als hinreichende Kriterien das Vorzeichenwechselkriterium sowie das Kriterium mittels der zweiten Ableitung zur Bestimmung von Extrempunkten • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (Lösen) 	<p>Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.</p> <p>Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.</p> <p>Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben.</p> <p>Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium oder das hinreichende Kriterium mittels der 2. Ableitung angewendet werden, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt zum Beispiel die Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.</p> <p>Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangenten- und Normalengleichungen bestimmt werden.</p>

- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zum Problemlösen aus (Lösen)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen, ...) (Begründen)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (Beurteilen)

Thema 5: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-IV), 8 Unterrichtsstunden	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • simulieren Zufallsexperimente im Sachzusammenhang • Modellieren Galtonbrett, Lotto, Lose ziehen und Urnenmodell mathematisch <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Ergebnisse von Zufallsexperimenten in Sachzusammenhängen des täglichen Lebens • erarbeiten Unterschiede zwischen bedingten und unbedingten Wahrscheinlichkeiten • beschreiben mathematische Prozesse mit Hilfe erlernter Modelle <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten) • nutzen mathematische Regeln und Sätze (Begründen) • überprüfen, ob Verallgemeinerungen möglich sind (Beurteilen) • <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen, Simulieren von Zufallsereignissen und Variieren von Parametern 	<p>Sowohl mit einer auf den Unterricht als auch mit einer auf Umfragen und Referaten beruhenden fokussierten Arbeitsweise können die Inhalte erlernt werden.</p> <p>Für die Erarbeitung verschiedener Modelle können arbeitsteilig Experimente simuliert werden. Eine Binnendifferenzierung ist hierbei gut möglich.</p> <p>Der GTR kann helfen, Simulationsergebnisse zu erfassen und zu verarbeiten.</p>

Thema 7: Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1), 6 Unterrichtsstunden	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) <p>Kommunizieren (Produzieren) <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen 	<p>Ausgangspunkt ist die Darstellung eines Körpers im dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem.</p> <p>Empfohlen wird hierbei die „Kirche im Dorf“ aus der Fortbildung des Kompetenz-teams Mathematik Krefeld. Im Zentrum stehen hierbei die sinnvolle Wahl des Koordinatenursprungs, das Ab-lesen von Punkten und der Vergleich von parallelen Kanten.</p> <p>An weiteren geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (zum Bei-spiel „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, zwischen Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seiten-riss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.</p>

Thema: Wiederholung: Funktionen und Ableitungen:
Zur Vorbereitung der zentralen Klausur sollen die Themen 1 bis 4 wiederholt und vertieft werden.
8 Unterrichtsstunden

Thema 8: Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2) 6 Unterrichtsstunden	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren • stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar • berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras • addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität • weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • entwickeln Ideen für mögliche Lösungsweisen (Lösen) • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen) 	<p>Auch hier kann das Beispiel der Kirche zur Einführung von Vektoren als Verschiebung von Punkten im Raum dienen. Die Identität von Vektoren wird thematisiert und deutlich vom Begriff des Ortsvektors abgegrenzt. Auch die Berechnung der Länge von Vektoren kann noch am Beispiel der Kirche eingeführt werden, da die Länge der Seitenkanten zum Berechnen der Dachfläche benötigt wird.</p> <p>Zudem wird der Nachweis der Rechtwinkligkeit eines Dreiecks mit Hilfe des Satzes von Pythagoras im Dreidimensionalen geübt.</p> <p>Neben diesem Kontext kann auch der Kontext der Spidercam verwendet werden, und zwar, um Kräfte und ihre Addition in Anlehnung an die Kenntnisse aus dem Physikunterricht der SI als Beispiel für vektorielle Größen zu nutzen.</p> <p>Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.</p>