Mathematik

(Stand: August 2021)

schulinternes Curriculum Qualifikationsphase

Vorbemerkungen:
Grundlage für den Mathematikunterricht am Gymnasium am Moltkeplatz in der Sekundarstufe II bilden die Kernlehrpläne des Landes Nordrhein-Westfalen und die darin formulieren Kompetenzen. Wir verfolgen durch unseren Mathematikunterricht die folgenden übergeordneten Lernziele, sodass die folgenden Grunderfahrungen ermöglicht werden:

1) technische, natürliche, soziale, kulturelle und europäische Erscheinungen und Vorgänge mit Hilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen, beurteilen und beeinflussen (Mathematik als Anwendung),
2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte mit europäischem Schwerpunkt, repräsentiert in Sprache, Symbolen und Bildern, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art erkennen und weiterentwickeln (Mathematik als Struktur);
3) in der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen Kreativität und Problemlösefähigkeit, die über die Mathematik hinausgehen, erwerben und einsetzen (Mathematik als individuelle und kreative Tätigkeit)

(vgl. Kernlehrpläne des Landes Nordrhein-Westfalen, Mathematik SII, 1. Auflage 2014).

Wir orientieren uns und verfolgen dabei die prozess- und inhaltsbezogenen Kernkompetenzen der Kernlehrpläne:

1) Prozessbezogene Kompetenzen:

a) Argumentieren und Kommunizieren:
Die Schülerinnen und Schüler teilen mathematische Sachverhalte zutreffend und verständlich mit und nutzen sie als Begründung für Behauptungen und Schlussfolgerungen.
Teilkompetenzen: Rezipieren, produzieren, diskutieren, vermuten, begründen, beurteilen

b) Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler strukturieren und lösen inner- oder außermathematische Problemsituationen, in denen ein Lösungsweg nicht unmittelbar erkennbar ist bzw. bei denen nicht unmittelbar auf erlernte Verfahren zurückgegriffen werden kann.
Teilkompetenzen: erkunden, lösen, reflektieren

c) Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler nutzen Mathematik als Werkzeug zum Erfassen von Phänomenen der realen Welt.
Teilkompetenzen: Strukturieren, mathematisieren, validieren

d) Werkzeuge
Die Schülerinnen und Schüler nutzen z. B. digitale Werkzeuge und andere mathematische Hilfsmittel.
(vgl. Kernlehrpläne des Landes Nordrhein-Westfalen für das Fach Mathematik, 2014)

2) Inhaltsfelder bzw. inhaltsbezogene Kompetenzen
A) Funktionen und Analysis
G) Lineare Algebra und analytische Geometrie
S) Stochastik

Wir unterrichten die Unterrichtsvorhaben in der folgenden Reihenfolge:

I) Eigenschaften von Funktionen (A)
II) Exponentialfunktionen und Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (A)
III) Das Integral, ein Schlüsselkonzept (A)
IV) Geraden und Skalarprodukt (G)
V) Ebenen im R^3 (G)

VI) Abstände und Winkel (G)
VII) Wahrscheinlichkeit, Statistik, ein Schlüsselkonzept (S);
VIII) Testen von Hypothesen (S)
IX) Ist die Glocke normal? (S)
X) Von Übergängen und Matrizen (S)
XI) Wiederholung für das Abitur (A,G,S)

Planungsübersicht über das I. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

<table>
<tr><td>Thema</td><td colspan="3">Eigenschaften von Funktionen</td></tr>
<tr><td>Zeitbedarf</td><td colspan="3">GK 20 Std., LK 21 Std.</td></tr>
<tr><td>Inhaltsfeld(er)
(vgl. KLP S. 17 [allg.]</td><td colspan="3">Funktionen und Analysis (A)</td></tr>
<tr><td>Inhaltliche Schwerpunkte
(Textstellen KLP s. Inhaltsfelder)</td><td colspan="3">• Fortführung der Differentialrechnung
• Funktionen als mathematische Modelle</td></tr>
<tr><td>Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Anhand ganzrationaler Funktionen das notwendige und hinreichende Kriterium (Vorzeichenwechselkriterium und hinreichendes Kriterium mit der 2. Ableitung) für Extrem- und Wendepunkte durchführen;
• Das Krümmungsverhalten mit Hilfe der Ableitungen und anschaulicher und logischer Überlegungen analysieren;
• Extremwertaufgaben im inner- und außermathematischen Bereich (z. B. flächengrößte Drei- und Vierecke, materialminimierte Verpackung) lösen und kritisch reflektieren;
• Funktionen aus gegebenen Bedingungen modellieren;
• Ihre Überlegungen auf Funktionenscharen mit Parametern übertragen und gegebenenfalls mit Hilfe von Fallunterscheidungen analysieren (vorwiegend LK)</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen
(vorhabenspezifische Auswahl)
(vgl. KLP S. 15)</td><td>Kompetenz:
Modellieren:
Modellierung von Funktionen im Sachzusammenhang</td><td>Kompetenz
Problemlösen:
Strukturierung der gestellten Probleme, Ausweisen von Teilschritten (z. B. Zielfunktion, Definitionsbereich, …)</td><td>Kompetenz
Argumentieren und Werkzeuge
Sinnvoller Einsatz der Kriterien für Extrema in Hinblick auf das Sachproblem</td></tr>
</table>

	Modellierung von Zielfunktionen bei Extremwertproblemen Angemessenheit des gewählten Modells beurteilen Bearbeitete Lösung kritisch auf das Sachproblem beziehen	Sinnvoller und reflektierter Einsatz des notwendigen und hinreichenden Kriteriums auf Sachsituationen	Unterscheidung zwischen lokalen und globalen Extrema, vor allem im Sachzusammenhang Kritischer Einsatz des GTR
Unterrichtssequenzen	Wiederholung von Ableitungsregeln aus der Einführungsphase Notwendige und hinreichende Kriterien für Extrem- und Wendepunkte, vor allem im Sachzusammenhang Krümmungsverhalten Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen Parameter in Funktionen (Modellierung von Funktionen aus gegebenen Bedingungen) Funktionen mit Parametern Funktionenscharen (vorwiegend LK)		
Leistungsbewertung	Klausur, sonstige Mitarbeit (Hausaufgaben, zusätzliche Lösung von Aufgaben (Fördern und Fordern), Wiederholungsreferate, digitale Werkzeuge)		
Absprachen, Anregungen	Verstärkte Gruppenarbeit (neue Zusammensetzung); Gleichungssysteme ohne und mit GTR Wichtige Rechentechniken (quadratische Ergänzung, Lösung von Gleichungssystemen, Polynomdivision, Ableitungen, …) sollen auch ohne Zuhilfenahme des GTR bearbeitet und gelöst werden (Basiswissen, 1. Teil der Abiturprüfung) Es sollen unterschiedliche Anwendungssituationen berücksichtigt werden (z. B. bei Extremwertaufgaben oder Funktionen im Sachzusammenhang)		

Planungsübersicht über das II. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

Thema	Exponentialfunktionen und Untersuchung zusammengesetzter Funktionen
Zeitbedarf	Ca. 30 Stunden (GK), ca. 50 Stunden (LK)
Inhaltsfeld (vgl. KLP S. 17)	Funktionen und Analysis (A)
Inhaltliche Schwerpunkte	• Fortführung der Differenzialrechnung • Funktionen als mathematische Modelle
Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler • Beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen • Bilden die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion und beschreiben ihre Besonderheit • Bilden die Ableitung von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis • Analysieren Wachstums- und Zerfallsprozesse mit Hilfe funktionaler Ansätze, z.B.: Bevölkerungsentwicklung europäischer Staaten, radioaktiver Zerfall, Exportentwicklungen • Verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit beschränktem Wachstum (nur LK) • Nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion, bilden deren Ableitung und untersuchen wesentliche Eigenschaften (nur LK) • Bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • Wenden die Produkt- und Kettenregel auf Verknüpfungen der Exponentialfunktion mit ganzrationalen Funktionen an • Verwenden notwendige und hinreichende Kriterien (Vorzeichenwechsel oder 2. Ableitung) zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten bei den neuen Funktionsklassen • Untersuchen den Einfluss von Parametern auf Eigenschaften von Funktionenscharen (nur LK) • Interpretieren Parameter im Sachkontext (nur LK)

<table>
<tr><td></td><td colspan="3">• Führen die Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Exponential- und ln-Funktionen) argumentativ auf deren Bestandteile zurück (Summe, Produkt, Verkettung)</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen
(vorhabenspezifische Auswahl)
(vgl. KLP S. 15 f. [allg.]</td><td>Modellieren
Alltagssituation in Mathematik übersetzen, dabei Vereinfachungen vornehmen
Graphen durch eine Sachsituation präsentieren
Das gewählte Modell kritisch reflektieren</td><td>Problemlösen
Neue Problemstellungen auf bekannte Situationen zurückführen
Komplexe Probleme vereinfachen und Spezialfälle beachten
Nach verschiedenen Lösungswegen suchen und vergleichen</td><td>Argumentieren und Werkzeuge
Informationen aus (nicht unbedingt mathematischen) Texten entnehmen
Vermutungen formulieren
Lösungswege präsentieren
Den GTR beim Vermuten und Überprüfen nutzen
Ergebnisse im Sachzusammenhang interpretieren</td></tr>
<tr><td>Unterrichtssequenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Beschreiben und untersuchen Exponentialfunktionen, leiten diese ab und beschreiben ihre Eigenschaften
• Verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und analysieren Wachstums- und Zerfallsprozesse mit Hilfe funktionaler Ansätze
• Analysieren die ln-Funktion als Umkehrfunktion der e-Funktion (nur LK)
• Wenden neue Ableitungsregeln (Produkt- und Kettenregel) auf zusammengesetzte Funktionen an und analysieren diese (auch im Sachzusammenhang)
• Bestimmen lokale Extrema und Wendepunkte mit Hilfe der notwendigen und hinreichenden Kriterien
• Untersuchen Scharfunktionen und den Einfluss von Parametern (nur LK)</td></tr>
<tr><td>Leistungsbewertung</td><td colspan="3">Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)</td></tr>
<tr><td>Absprachen, Anregungen</td><td colspan="3">Zu Beginn bietet sich eine Wiederholung der Kenntnisse aus der SI über Exponentialfunktionen an.

Die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion werden zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung und Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.</td></tr>
</table>

	Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung oder ihre Eigenschaft als Basis der Funktion, die sich in ihrer Ableitung repräsentiert, eingeführt werden. Dazu kann der GTR hilfreich eingesetzt werden. Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. Hier soll die Bedeutung der momentanen Änderungsrate und der Ableitung beispielhaft verdeutlicht werden. Ausgezeichnete Punkte wie z. B. Extrem- und Wendepunkte sollen rechnerisch oder mit Hilfe des GTR bestimmt werden, ihre Bedeutung im Sachkontext (vgl. unten) ist dabei von besonderer Bedeutung. Hierbei werden auch die neuen Ableitungsregeln (Produkt- und Kettenregel) geübt und angewendet. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum zu- oder abnimmt bzw. eine Kombination dieser beiden Vorgänge (z. B. Medikamente, Fieber, Pflanzenwachstum, Hochwasser, Epidemien etc.) wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbe-sondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereichs oder Fallunter-scheidungen vorgenommen werden müssen. Die Untersuchung von ln-Funktionen (auch im Sachzusammenhang, aber auch innermathematisch) sowie von Funktionenscharen bei beliebigen Funktionsklassen inklusive notwendiger Fallunterscheidungen spielt im LK eine zentrale Rolle.

Planungsübersicht über das III. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

Thema	Das Integral, ein Schlüsselkonzept
Zeitbedarf	Ca. 20 – 25 Stunden (GK), ca. 30 – 35 Stunden (LK)
Inhaltsfeld (vgl. KLP S. 17)	Funktionen und Analysis (A)
Inhaltliche Schwerpunkte	• Grundverständnis des Integralbegriffs • Integralrechnung
Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler • Interpretieren Produktsummen als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • Deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext und skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion • Erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • Leiten eine geometrische Definition des Integrals über die Summe orientierter Flächeninhalt • Leiten eine analytische Definition des Integrals über die Grenzwerte Riemannscher Summen (nur LK) • Erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion • Begründen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffes (nur LK) • Bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen und nutzen die Intervalladditivität und die Linearität • Ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate • Bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von Integralen, im GK z. B. auch mit gegebenen Stammfunktionen

<table>
<tr><td></td><td colspan="3">Nutzen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung zur Bestimmung von Stammfunktionen
Bestimmen Stammfunktionen auch numerisch und unter Verwendung von Nachschlagewerken und digitaler Werkzeuge
Erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion
Bestimmen Flächeninhalte auch von uneigentlichen Integralen (nur LK)
Bestimmen Stammfunktionen mit Hilfe der partiellen Integration und der Integration durch Substitution (nur LK)
Wahlthemen: Mittelwerte von Funktionen, Rotationskörper (nur LK)</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen
(vorhabenspezifische Auswahl)
(vgl. KLP S. 15)</td><td>Modellieren
Bilden das Modell zur Veranschaulichung der Zusammenhänge zwischen Funktion und Änderungsrate</td><td>Problemlösen
Bestimmen mit der Integralrechnung Flächeninhalte bisher unbekannter Flächen
Wählen begründet ein Verfahren zur Bestimmung der Stammfunktion aus (LK)
Suchen Ansätze für die näherungsweise Bestimmung der unbekannten Flächeninhalte</td><td>Argumentieren, Werkzeuge
Beweisen den Wert eines Integrals über den Grenzwert Riemannscher Summen (LK)
Nutzen den GTR bei der Bestimmung von Integralen</td></tr>
<tr><td>Unterrichtssequenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
Leiten das Integral geometrisch und analytisch (letzteres nur LK) her
Bestimmen Stammfunktionen von ganzrationalen Funktionen und nutzen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung zur Bestimmung von Stammfunktionen und Berechnung von Integralen
Analysieren die Zusammenhänge von Änderungsraten und Gesamtbeständen und -effekten und ermitteln mittels der Integralrechnung Gesamtbestände
Führen Flächenberechnungen mit Hilfe der Integralrechnung durch
Bestimmen uneigentliche Integrale (nur LK)
Bestimmen Stammfunktionen mit Hilfe der partiellen Integration und Substitution (nur LK)</td></tr>
</table>

Leistungsbewertung	Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)
Absprachen, Anregungen	Zu Beginn kann das Integral z. B. durch das Problem der Flächenberechnung zwischen einem Funktionsgraph und der x-Achse in einem bestimmten Intervall motiviert werden. Dies wird dann zunächst näherungsweise z. B. über Ober- und Untersummen und die entsprechenden Produktsummen durchgeführt, die Intervalle werden immer kleiner gewählt, sodass ein ungefähres Verständnis dieses Flächeninhalts erreicht werden kann. Anschauliche Grenzwertüberlegungen werden angestellt. Im LK können diese Grenzwertüberlegungen konkretisiert und in einer Herleitung des analytischen Integralbegriffs über die Grenzwerte der Riemannschen Summen enden. Die Unterschiede zwischen Flächen oberhalb und unterhalb der x-Achse werden thematisiert und fließen in die geometrische Definition des Integralbegriffs ein. Erste Integralberechnungen können dann mit Hilfe von hergeleiteten Formeln bei ganzrationalen Funktionen durchgeführt werden, aber auch schon mit Hilfe des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung. Hier sollen Stammfunktionen von einfachen Funktionen (z. B. ganzrationalen Funktionen) hergeleitet und angewendet werden. Die Zusammenhänge zwischen Änderungsrate und Bestimmung von Gesamtbeständen kann z. B. über das „Rückwärtsrechnen“ von Gesamtbestand zu Änderungsrate erfolgen, aber auch durch logische Überlegungen und die Verwendung von Einheiten, z. B. von der Geschwindigkeit zur zurückgelegten Wegstrecke. Bei algebraisch schwierigeren Aufgaben kann hier der GTR eingesetzt werden. Flächeninhaltsberechnungen sollen u. a. zwischen einem Funktionsgraph und der x-Achse durchgeführt werden, hier soll der grundlegende Unterschied zum Integral in den entsprechenden Intervallen thematisiert werden. Darüber hinaus sollen Flächeninhaltsberechnungen zwischen zwei Funktionsgraphen durchgeführt werden. Dies soll auch im Sachzusammenhang geschehen. Im LK sollen auch uneigentliche Integrale bestimmt werden, in diesem Zusammenhang ist eine Wiederholung bzw. Vertiefung des Grenzwertbegriffes notwendig. Auch die vertiefte Behandlung des Grenzwertbegriffes z. B. über die Grenzwertsätze kann hier vorgenommen werden.

	Als weitere Integrationsmethoden sollen im LK die partielle Integration sowie die Integration durch Substitution thematisiert werden. Anwendungsbeispiele mit entsprechenden Funktionen ergänzen diese Aspekte der Integralrechnung.

Planungsübersicht über das IV. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

<table>
<tr><td>Thema</td><td colspan="3">Geraden und Skalarprodukt</td></tr>
<tr><td>Zeitbedarf</td><td colspan="3">Ca. 20 Stunden</td></tr>
<tr><td>Inhaltsfeld
(vgl. KLP S. 17)</td><td colspan="3">Lineare Algebra und analytische Geometrie (G)</td></tr>
<tr><td>Inhaltliche Schwerpunkte</td><td colspan="3">• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)
• Skalarprodukt</td></tr>
<tr><td>Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Stellen Geraden in Parameterform dar
• Interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext von europäischen Flugrouten
• Führen eine Punktprobe durch
• Projizieren Punkte und Geraden auf die Grundebenen des Koordinatensystems
• Analysieren die gegenseitige Lage von Geraden im Raum und weisen diese rechnerisch nach
• Entwickeln eine Formel für die Länge eines Vektors
• Kennen die algebraische und geometrische Darstellung des Skalarprodukts
• Untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen
(vorhabenspezifische Auswahl)
(vgl. KLP S. 15 f. [allg.]</td><td>Modellieren
Setzen Sachsituationen in mathematische Modelle (z. B. Geraden) um und reflektieren diese kritisch</td><td>Argumentieren und Kommunizieren
Nutzen mathematische Regeln und sachlogische Argumente für Begründungen</td><td>Werkzeuge
Nutzen geeignete Software und den GTR z. B. zum Lösen von Gleichungssystemen</td></tr>
<tr><td>Unterrichtssequenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Leiten die Parameterform einer Geraden z. B. durch eine Vektorkette her</td></tr>
</table>

	• Interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • Projizieren Punkte und Geraden auf die Grundebenen des Koordinatensystems • Analysieren die gegenseitige Lage von Geraden im Raum und entwickeln einen Algorithmus sowie geometrische Zusammenhänge zum Nachweis dieser Lage • Entwickeln eine Formel für die Länge eines Vektors • Kennen die algebraische und geometrische Darstellung des Skalarprodukts • Untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum
Leistungsbewertung	Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)
Absprachen, Anregungen	Geraden werden am Beispiel linearer Bewegungen im R^3 eingeführt. Sowohl im LK als auch im GK sollen Durchstoßpunkte von Geraden durch die Grundebenen des KS berechnet werden. Im Anschluss wird die Projektion von Geraden und Punkten auf die Grundebenen des KS behandelt, wobei eine Veranschaulichung durch eine entsprechende Software bereitgestellt werden soll. Von einem anschaulichen Ansatz her soll die gegenseitige Lage zweier Geraden im Raum thematisiert werden, daraus wird dann ein Lösungsverfahren entwickelt. Nach der Thematisierung der Länge eines Vektors soll zunächst das Skalarprodukt als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt werden. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt, wobei das Skalarprodukt in Folge als allgemeine Berechnungsgrundlage für Winkel im R^3 zur Verfügung steht. Als weiterführender Aspekt soll die Anwendungsmöglichkeit des Skalarprodukts beim Nachweis spezieller ebener Figuren im R^3 behandelt werden; im LK soll zusätzlich ein Ausblick auf die Anwendbarkeit bei Abstandproblemen in Form des Beispiels des minimalen Abstandes einer linearen Flugbahn von einem Punkt P erfolgen: $\left(\overrightarrow{x(t)} - \overrightarrow{0P}\right) \cdot \vec{v}_{Richtung} = 0$

Planungsübersicht über das V. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

<table>
<tr><td>Thema</td><td colspan="3">Ebenen im R^3</td></tr>
<tr><td>Zeitbedarf</td><td colspan="3">Ca. 20 Stunden</td></tr>
<tr><td>Inhaltsfeld
(vgl. KLP S. 17)</td><td colspan="3">Lineare Algebra und analytische Geometrie (G)</td></tr>
<tr><td>Inhaltliche Schwerpunkte</td><td colspan="3">• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte
• Lineare Gleichungssysteme</td></tr>
<tr><td>Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Stellen Ebenengleichungen in Parameterform dar und interpretieren die Bedeutung der Parameter von Ebenengleichungen im Sachkontext (z.B. europäische Wahrzeichen)
• Stellen in Normalenform und Koordinatenform auf
• Rechnen die Grundformen der Ebenen ineinander um
• Lösen lineare Gleichungssysteme auch ohne Hilfsmittel
• Analysieren die gegenseitige Lage von Ebene und Gerade und zweier Ebenen
• Leiten die Hesse´sche Normalform aus der Normalenform ab (nur LK)</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen
(vorhabenspezifische Auswahl)
(vgl. KLP S. 15 f. [allg.]</td><td>Modellieren
Setzen Sachsituationen in mathematische Modelle (z. B. Ebenen) um und reflektieren diese kritisch</td><td>Argumentieren und Kommunizieren
Nutzen mathematische Regeln und sachlogische Argumente für Begründungen
Wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen</td><td>Werkzeuge
Nutzen geeignete Software zum Veranschaulichen von Ebenenformen</td></tr>
<tr><td>Unterrichtssequenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Leiten geometrisch die Parametergleichung der Ebene her</td></tr>
</table>

	• Leiten die beiden anderen Ebenenformen her und rechnen flexibel und dem Sachkontext entsprechend in sinnvolle andere Formen um • Analysieren allgemein die Lagemöglichkeiten zweier Geraden im Raum und weisen diese rechnerisch nach (hier kann der GTR benutzt werden) • Lösen lineare Gleichungssysteme mit bis zu 4 Variablen und 3 Gleichungen (inklusive möglicher Spezial-fälle) sowohl hilfsmittelfrei als auch mit dem GTR • Lösen Anwendungsaufgaben im Sachzusammenhang (vor allem europäische Wahrzeichen und Flugrouten) • Leiten die Hessesche Normalform her und wende diese sinnvoll an (nur LK)
Leistungsbewertung	Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)
Absprachen, Anregungen	Als Einstiegsform der Ebenengleichung wird die Parameterform gewählt, da ihre formale Struktur einen Bezug zur Parameterform der Geradengleichung aufweist und sie gute Möglichkeiten zur Veranschaulichung bietet. Im Anschluss kann die Normalenform zunächst für eine Ebene durch den Ursprung mit dem Ansatz $\vec{x} \cdot \vec{n} = 0$ hergeleitet werden, wobei dieser den Schülerinnen und Schülern durch systematisches Probieren und Betrachten einen eigenständigen Zugang zu den impliziten Formen der Ebenengleichung ermöglicht. Durch Hinzunahme der Stützvektors ergibt sich am Anschluss die allgemeine Form $(\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n} = 0$; der Übergang zur Koordinatenform ist dann leicht mit dem Ausmultiplizieren gemäß dem Skalarprodukt zu vollziehen. Bei der Analyse der gegenseitigen Lage von Gerade und Ebene bzw. von zwei Ebenen soll als Schwerpunkt die Wiederholung der Lösung linearer Gleichungssysteme stehen inklusive der Spezialfälle (parallele bzw. identische Ebenen, senkrechte Gerade zur Ebene). Als vertiefender Aspekt im LK wird neben der HNF die Einschränkung der Parameterintervalle in der Parameterform behandelt, wobei sich die ebene Figur des Parallelogramms und seiner Spezialfälle im R^3 ergeben. Eine Veranschaulichung der Grundformen der Ebenengleichung mit einer entsprechenden Software soll in jedem Fall erfolgen; gut geeignet ist hierbei das Programm „Vektoris 3D“, welches neben der jeweiligen Ebene auch Stütz- und Spann- beziehungsweise Normalenvektoren anzeigt.

Planungsübersicht über das VI. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

<table>
<tr><td>Thema</td><td colspan="3">Abstände und Winkel</td></tr>
<tr><td>Zeitbedarf</td><td colspan="3">Nur LK: 15 Stunden</td></tr>
<tr><td>Inhaltsfeld(er)
(vgl. KLP S. 17)</td><td colspan="3">Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</td></tr>
<tr><td>Inhaltliche Schwerpunkte
(Textstellen KLP s. Inhaltsfelder)</td><td colspan="3">• Lagebeziehungen, Abstände und Winkel
• Lineare Gleichungssysteme</td></tr>
<tr><td>Konkretisierte inhaltliche Kompetenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Entwickeln Formeln bzw. Lösungsstrategien für verschiedene Abstandsproblematiken
• Wenden diese Formeln und Lösungsstrategien sach- und aufgabenbezogen an.
• Nutzen das Vektorprodukt zur weiteren Vereinfachung ihrer Überlegungen
• Entwickeln die vorher hergeleitet Formeln zur Bestimmung von Winkeln zwischen Vektoren weiter auf die Probleme zwischen Ebenen und Geraden</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen
(vgl. KLP S. 15)</td><td>Modellieren
Bilden Modelle für Körperberechnung (z. B. Bestimmung von Höhen) bzw. Flugzeugbewegungen</td><td>Problemlösen
Führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus
Vergleichen verschiedene Lösungsansätze und –wege bzgl. Unterschieden und Gemeinsamkeiten und optimieren diese mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz</td><td>Werkzeuge
Benutzung dynamischer Geometriesoftware</td></tr>
<tr><td>Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Leiten eine Formel für den Abstand eines Punktes zu einer Ebene her und nutzen dafür z. B. die Hessesche Normalform
• Leiten eine Lösungsstrategie zum Abstand eines Punktes zu einer Geraden her (z. B. über eine orthogonale Hilfsebene)
• Leiten eine Lösungsstrategie zum Abstand zweier windschiefer Geraden her
• Wenden diese Formeln und Strategien auf sachbezogene und geometrische Aufgaben an</td></tr>
</table>

	• Führen die Formeln über die Berechnung von Winkeln zwischen zwei Vektoren weiter auf die Probleme „Winkeln zwischen zwei Ebenen“ und „Winkel zwischen Gerade und Ebene“
Leistungsbewertung	Klausur, sonstige Mitarbeit (s. I)
Absprachen, **Anregungen**	Als Übergang zu dem vorherigen Kapital bietet sich die Hessesche Normalform an, aus der die Abstandsformel für das Problem „Abstand Punkt Ebene“ hergeleitet werden kann. Dies sollte mathematisch exakt und als Beweis geschehen. Berücksichtigt werden kann in diesem Zusammenhang auch die Lage des Punktes bzgl. der Ebene. Die weiteren Lösungswege sollen unbedingt selbsttätig und an Anwendungsbeispiele angelehnt hergeleitet werden, wobei die geometrische Komponente vor allem bei Körperberechnungen eine besondere Rolle spielt. Es bietet sich der Bezug zur Analysis an, wobei die Abstandsaufgaben auch durch Extremwertaufgaben (minimaler Abstand) über Zielfunktionen gelöst werden können.

Planungsübersicht über das VII. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

Thema	Wahrscheinlichkeit- Statistik: Ein Schlüsselkonzept		
Zeitbedarf	GK: 20 Stunden, LK: bis zu 25 Stunden		
Inhaltsfeld (vgl. KLP S. 17	Stochastik		
Inhaltliche Schwerpunkte	• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen • Binomialverteilung		
Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen die Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert und die Standardabweichung von Zufallsgrößen und treffen dadurch prognostische Aussagen • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung. • nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • schließen anhand einer Stichprobe auf die Grundgesamtheit		
Übergeordnete Kompetenzen (vorhabenspezifische Auswahl) (vgl. KLP S. 15)	**Modellieren** Zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfassen Mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten	**Problemlösen** Fragen zu einer gegebenen Problemsituation finden Die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen	**Argumentieren und Werkzeuge** Lückenhafte bzw. fehlerhaft Argumentationsketten erkennen und korrigieren

	eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells erarbeiten		Überprüfen, inwieweit Ergebnisse verallgemeinert werden können Digitale Werkzeuge nutzen; z. B. Generieren von Zufallszahlen, Erstellen von Histogrammen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Unterrichtssequenzen	**Konkretisierte Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells • beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die Sachsituation • nutzen den graphikfähigen Taschenrechner • Erstellen Histogramme von Binomialverteilungen • Berechnen Kenngrößen
Leistungsbewertung	Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)
Absprachen, Anregungen	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Werten, die die Zufallsgröße annehmen kann und der Wahrscheinlichkeit) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Zum Grundverständnis von Streumaßen werden die Erfahrungen der Schülerinnen und Schülern mit Boxplot-Diagrammen der Sekundarstufe I reaktiviert. Über Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert. Anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

	Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und einfachen Risikoabschätzungen genutzt. Der Schwerpunkt bei der Betrachtung der Binomialverteilung soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulli-Ketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch den Vergleich mit "Ziehen ohne Zurücklegen" wird geklärt, dass die Anwendung des Modells "Bernoulli-Kette" eine bestimmte Realsituation voraussetzt. Auch eine formale Herleitung der Binomialverteilung soll erfolgen. (Möglich wäre dies mit Hilfe des Galtonbretts und/oder der Betrachtung von Multiple-Choice-Tests.) Auf die formale allgemeingültige Herleitung der Standardabweichung wird im GK verzichtet. Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% aller Ergebnisse in der 1σ- Umgebung des Erwartungswertes liegen. Zudem wird in verschiedenen Sachkontexten die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung geprüft, hierbei werden die Grenzen von Modellierungen aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt: – die Beschreibung von Sachkontexten durch ein ZV – die Interpretation des ZV als Bernoulli-Kette – die Definition der betrachteten Zufallsgröße – die Unabhängigkeit der Ergebnisse – die Benennung von Stichprobenumfang und Trefferwahrscheinlichkeit. Trotz Nutzen des graphikfähigen Taschenrechners werden zur Berechnung verschiedener Wahrscheinlichkeiten die Tabellen genutzt und der Vorteil einer kumulierten Tabelle herausgearbeitet. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet. (Von der Verteilung zur Realsituation)

Planungsübersicht über das VIII. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

<table>
<tr><td>Thema</td><td colspan="3">Testen von Hypothesen</td></tr>
<tr><td>Zeitbedarf</td><td colspan="3">LK: 15 Stunden</td></tr>
<tr><td>Inhaltsfeld
(vgl. KLP S. 17)</td><td colspan="3">Stochastik</td></tr>
<tr><td>Inhaltliche Schwerpunkte</td><td colspan="3">• Testen von Hypothesen (Signifikanz und Relevanz)</td></tr>
<tr><td>Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse
• Führen eine Fehleranalyse durch: Beschreiben und beurteilen die Fehler 1. und 2. Art</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen
(vorhabenspezifische Auswahl)
(vgl. KLP S. 15)</td><td>Modellieren
Konkrete Sachsituation in ein mathematisches Modell über-setzen und dieses kritisch hinterfragen</td><td>Problemlösen
Die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen
Verschiedene Lösungswege bzgl. Unterschieden und Gemeinsamkeiten vergleichen
Ursachen von Fehlern analysieren und reflektieren</td><td>Argumentieren und Werkzeuge
Die Fehler 1. und 2. Art im Vorfeld analysiert und die Hypothese entsprechend wählen
Auszunehmend komplexen mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen Informationen erfassen, strukturieren und formalisieren
Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbeiführen</td></tr>
<tr><td>Unterrichtssequenzen</td><td colspan="3">Konkretisierte Kompetenzen
Die Schülerinnen und Schüler
• Stellen ein- und zweiseitige Hypothesentest für Sachprobleme auf</td></tr>
</table>

	• Führen eine Fehleranalyse durch und erläutern die Fehler 1. und 2. Art • Wählen die Hypothese entsprechend den vorher durchgeführten Fehleranalysen und der entsprechend gewählten Perspektiven
Leistungsbewertung	Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)
Absprachen, **Anregungen**	Wann hilft die Mathematik im Leben weiter? Diese Frage dient als Grundlage zur Arbeit mit Hypothesentests. Den SuS soll das Verständnis dafür vermittelt werden, dass diese eine Möglichkeit bieten, eigene Entscheidungen zu optimieren. Den Schülern soll eine Vorstellung davon vermittelt werden, dass mit Hilfe von Hypothesentests nicht jede Entscheidung richtig getroffen wird, aber die Zahl der Fehlentscheidungen minimiert wird. Eingebettet in einen realitätsnahen Kontext werden Nutzung und Durchführung der Tests erarbeitet. Im Rahmen eines europäischen, realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert: - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.

Planungsübersicht über das IX. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

<table>
<tr><td>Thema</td><td colspan="3">Ist die Glocke normal?</td></tr>
<tr><td>Zeitbedarf</td><td colspan="3">LK: 15 Stunden</td></tr>
<tr><td>Inhaltsfeld
(vgl. KLP S. 17)</td><td colspan="3">Stochastik</td></tr>
<tr><td>Inhaltliche Schwerpunkte</td><td colspan="3">• Normalverteilung</td></tr>
<tr><td>Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• Unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integral-funktion
• Untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen
• Beschreiben den Einfluss der Parameter auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen
(vorhabenspezifische Auswahl)
(vgl. KLP S. 15)</td><td>Modellieren
Erfassen und strukturieren komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Frage-stellung
Übersetzen komplexe Sach-situationen in mathematische Modelle
Beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (bzw. konkurrie-render) Modelle für die Frage-stellung</td><td>Problemlösen
Erkennen Muster und Beziehungen
Entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege</td><td>Argumentieren und Werkzeuge
Wählen Werkzeuge aus (z. B. GTR), die den Lösungsweg unter-stützen</td></tr>
<tr><td>Unterrichtssequenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler</td></tr>
</table>

	• Leiten die Glockenkurve mit Hilfe ausgewählter Zufallsversuche z. B. mit Hilfe eines Tabellenkalkulations-programms oder des GTRs her • Unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integral-funktion • Untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen • Beschreiben den Einfluss der Parameter auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)
Leistungsbewertung	Klausur und sonstige Mitarbeit (vgl. I)
Absprachen, Anregungen	Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. Eine zweite Möglichkeit der Simulation sind die Ergebnisse von Kopfrechenaufgaben, die unter großem Zeitdruck berechnet werden. Die Glockenform lässt sich über den Zeitdruck, unter dem die Aufgaben gestellt werden, variieren. *Ergänzung für leistungsfähige Kurse:* Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit. Mit Hilfe von Messungen aus dem Physikunterricht (oder Versuchen, die für den Mathematikunterricht konzipiert werden), können die Werte für μ und σ variiert werden und mit den Werten experimentiert werden. Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann. Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR. Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

Planungsübersicht über das X. Unterrichtsvorhaben Mathematik in der Sek II

<table>
<tr><td>Thema</td><td colspan="3">Von Übergängen und Prozessen</td></tr>
<tr><td>Zeitbedarf</td><td colspan="3">10 Stunden</td></tr>
<tr><td>Inhaltsfeld
(vgl. KLP S. xx – xx [allg.]
für GK: S. xx - xx;</td><td colspan="3">Stochastik</td></tr>
<tr><td>Inhaltliche Schwerpunkte</td><td colspan="3">• Stochastische Prozesse</td></tr>
<tr><td>Konkretisierte inhaltsbezogene Kompetenzen</td><td colspan="3">Die Schülerinnen und Schüler
• beschreiben Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
• verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse
(Vorhersagen nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)</td></tr>
<tr><td>Übergeordnete Kompetenzen
(vorhabenspezifische Auswahl)
(vgl. KLP S. xx f. [allg.]
für GK: S. xx – xx</td><td>Modellieren</td><td>Argumentieren</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Unterrichtssequenzen</td><td>Konkretisierte Kompetenzen
Die Schülerinnen und Schüler
• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen
• übersetzen komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle
• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells
• beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die Sachsituation
• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen</td></tr>
</table>

	• nutzen mathematische Sätze und Regeln für Begründungen • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her.
Leistungsbewertung	Klausur
Absprachen, **Anregungen**	Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe der Stochastik und der Analysis mit den Begriffen und Methoden der Linearen Algebra zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in er Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen genutzt werden kann. Graphische Darstellung von stochastischen Prozessen werden meist durch die Erstellung eines Baumdiagramme umgesetzt. Die erste Stufe beschreibt den Ausgangszustand. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregel als Gleichungssystem kann daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickelt werden. Untersuchungen unterschiedlicher realer Kontexte führt zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen von Übergangsmatrizen Grenzmatrix, stabile Verteilung).

XI: Wiederholung für die Abiturprüfungen

20 Stunden GK, 30 Stunden LK

In diesem abschließenden Unterrichtsvorhaben werden alle 10 vorherigen Unterrichtsvorhaben für die Abiturprüfung wiederholt.

Leistungsbewertung in der Sekundarstufe II

Bei der Beurteilung der Leistungen der Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe II spielen die in den Klausuren erbrachten Leistungen sowie die Leistungen im Bereich „sonstige Mitarbeit“ eine Rolle. Sie gehen in ungefähr gleichem Maße in die Gesamtzensur ein. Eine rein rechnerische Ermittlung der Zeugnisnote ist unzulässig, da die Gesamtleistung der Schülerinnen und Schüler, gemessen an den Lernzielen, beurteilt wird.

a) Klausuren:
   Grundlage für die Konzeption der Klausuren in der Sekundarstufe II sind die Lehrpläne für die gymnasiale Oberstufe für das Fach Mathematik sowie die inhaltlichen Vorgaben für die schriftliche Abiturprüfung im Leistungs- sowie Grundkurs für die Einführungs- und Qualifikationsphase. In der Einführungsphase werden insgesamt 4 Klausuren (2 pro Halbjahr) über die Dauer von jeweils 2 Unterrichtsstunden geschrieben, davon ist die letzte die zentrale Klausur des Landes NRW. Im Grundkurs wird in der Q1 jede Klausur über eine Dauer von 135 Minuten (davon 30 Minuten hilfsmittelfrei), im Leistungskurs von 180 Minuten (davon 45 Minuten hilfsmittelfrei) geschrieben (jeweils insgesamt 4 Klausuren pro Schuljahr). Im ersten Halbjahr der Q2 dauert eine Klausur im Grundkurs 180 Minuten (davon 45 Minuten hilfsmittelfrei) , im Leistungskurs 225 Minuten (davon 60 Minuten hilfsmittelfrei). Die Abiturvorklausur im 2. Halbjahr dauert im Grundkurs 225 Minuten (davon 60 Minuten hilfsmittelfrei) und im Leistungskurs 270 Minuten (davon 70 Minuten hilfsmittelfrei). In beiden Prüfungsteilen müssen bei der Abiturvorklausur alle drei Teilgebiete in der entsprechenden Länge vorkommen.
   Als Hilfsmittel für den zweiten Teil einer jeden Klausur darf der GTR (Casio fx CG 50 oder vergleichbar) verwendet werden.

   Die Klausuren werden so konzipiert, dass sie unterschiedliche Arten der Leistungen einfordern, sodass hier auch Zeichnungen, Begründungen oder Erläuterungen oder das Führen eines Beweises berücksichtigt werden. Die prozessbezogenen Kompetenzen sind hier in angemessener Gewichtung zu berücksichtigen. Auch hier werden wieder die drei Anforderungsbereiche I, II und III als wesentliche Grundlage verwendet: Hierbei soll die Aufteilung der Aufgaben auf diese drei Bereiche in etwa wie in der schriftlichen Abiturprüfung erfolgen. Als Instrumentarium für die Beurteilung der

Leistungen wird auch in der SII ein Punkteschema entworfen, dass sich an dem Schema für die schriftlichen Abiturprüfungen orientiert: Die Note „ausreichend“ (5 Punkte) wird erteilt, wenn ungefähr 45% der Maximalpunktzahl erreicht wird, die Note „gut“ (11 Punkte), wenn ca. 75% der Punkte erzielt werden. Die Intervalle für die übrig-en Noten sollen in etwa äquidistant gehalten werden (ca. 5% pro Punktstufe). In den Klausuren wird neben der sachlichen Richtigkeit der Lösungen auch die Darstellungsleistung bewertet, die Art und Umfang der Präsentation der Ergebnisse und Lösungswege, die formale und fachsprachliche Gestaltung sowie die orthographische und allgemein sprachliche Leistung der Schülerinnen und Schüler berücksichtigt. Wenn letztere deutlich und wiederholt nicht den Anforderungen entspricht, kann die Zensur für die Klausur um bis zu eine komplette Notenstufe heruntergesetzt werden. Als Hilfsmittel für die Klausuren sind den Schülerinnen und Schülern der grafikfähige Taschenrechner und spätestens zur Abiturvor-klausur auch die Formelsammlung gestattet. Es sollte aber auch der hilfsmittelfreie Teil in den Klausuren in angemessenem Umfang geübt werden. Ein Computer-Algebrasystem darf in den Klausuren nicht verwendet werden, die Benutzung ist jedoch im Unterricht selbstverständlich erlaubt.

b) Bereich „sonstige Mitarbeit“

Für die Beurteilung im Bereich „sonstige Mitarbeit“ im Unterricht wird vor allem die aktive und kontinuierliche Mitarbeit im Unterricht berücksichtigt: Diese muss vom Schüler selbstständig eingebracht werden. Hierbei wird die Beurteilung neben der Quantität der Beiträge vor allem hinsichtlich deren Qualität vorgenommen, wobei in diesem Zusammenhang die drei Anforderungsbereiche berücksichtigt werden. Hierbei achten wir in besonderem Maße auf die Präsentation der Beiträge, die zusammenhängend, stringent und allgemein- und fachsprachlich angemessen erbracht werden müssen. Auch die Reflexion der Lösungswege und deren Beurteilung sind uns dabei wichtig. Daneben spielen auch die Qualität der Hausaufgaben, die Anfertigung und Präsentation von Referaten sowie das Führen von Regelbüchern eine Rolle. Wir beobachten auch die Anstrengungsbereitschaft und die Qualität der Lösungen und Lösungswege, die die Schülerinnen und Schüler in Einzel- und Partnerarbeitsphasen erbringen; sie werden bei der Beurteilung der sonstigen Mitarbeit angemessen berücksichtigt. Auch kooperative Leistungen, die in Gruppen- oder Projektarbeitsphasen erbracht werden, spielen eine Rolle, genauso wie mündlich oder schriftlich durchgeführte Lernzielkontrollen.